**DST Mathématiques**

**Durée : 2 heures**

*Présentation et orthographe seront pris en compte dans le barème de notation.*

*Les calculatrices graphiques sont autorisées pour ce sujet.*

**EXERCICE 1 :** 11 points

*Les parties A, B et C de cet exercice peuvent se traiter indépendamment*

Un laboratoire pharmaceutique fabrique en très grande quantité un certain type de comprimés dont la masse est exprimée en milligrammes.

1. ***Loi normale***

Un comprimé de ce type est considéré comme acceptable pour la masse lorsque celle-ci appartient à l’intervalle [580 ; 620].

On note X la variable aléatoire qui, à chaque comprimé prélevé au hasard dans la production, associe sa masse.

On suppose que X suit la loi normale de moyenne 600 et d’écart type 9.

1. Calculer la probabilité qu’un comprimé prélevé au hasard dans la production soit acceptable pour la masse.
2. On prélève dans la production un échantillon de n comprimés et on appelle M la variable qui à tout échantillon, prélevé avec remise dans la production, associe la masse moyenne des n comprimés de cet échantillon
3. Quelle est la loi suivie par M ?
4. Déterminer la taille de l’échantillon à prélever pour que la probabilité que la masse moyenne de cet échantillon soit comprise entre 598 et 602 soit égale à 0.95
5. ***Loi binomiale et approximation d’une loi binomiale***

On admet que 97 % des comprimés d’un lot important sont acceptables pour la masse. On prélève au hasard N comprimés de ce lot pour vérification de la masse.

Le lot est suffisamment important pour que l’on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de N comprimés.

Soit Y la variable qui, à tout prélèvement de N comprimés, associe le nombre de comprimés non acceptable(s) pour la masse.

1. Quelle est la loi suivie par Y ? Justifier et donner les paramètres de cette loi.
2. Dans cette question on prend **N = 10.**
3. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement de 10 comprimés, un comprimé ne soit pas acceptable pour la masse.
4. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement de 10 comprimés, un comprimé au moins ne soit pas acceptable pour la masse.
5. Dans cette question on prend **N = 50**.
6. On considère que la loi suivie par Y peut être approchée par une loi de Poisson. Déterminer le paramètre de cette loi.
7. On désigne par Z1 une variable aléatoire suivant la loi de Poisson de paramètre , où a la valeur obtenue au a). en utilisant cette loi, calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement de 50 comprimés, au plus deux comprimés ne soient pas acceptables pour la masse.
8. Dans cette question on prend **N = 1 000**.

On décide d’approcher la loi de la variable Y par une loi normale de moyenne m et d’écart type  .

a) Déterminer les paramètres m et  (arrondi à l’entier le plus proche) de cette loi. On note Z2 une variable aléatoire suivant cette loi normale.

b) Calculer la probabilité suivante P( 19.5 ≤ Z2 ≤ 30.5 ). Interpréter le résultat

c) Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement de 1 000 comprimés, au plus 25 ne soient pas acceptables pour la masse.

1. ***Somme de deux variables***

Un des plus importants clients de ce laboratoire est une pharmacie dans laquelle un espace est dédié à un magasin d’optique.

Dans ce qui suit, on s’intéresse au chiffre d’affaires de cette pharmacie pendant l’année considérée. On distingue le chiffre d’affaires associé à la vente des montures optiques et celui lié à la vente des médicaments.

On considère la variable aléatoire C1 correspondant au chiffre d’affaires lié aux montures optiques et C2 celle correspondant au chiffre d’affaires lié à la vente des médicaments, en milliers d’euros. On suppose que ces deux variables sont indépendantes

On suppose que C1 suit la loi normale de moyenne 120 et d’écart type 12 et que C2 suit la loi normale de moyenne 180 et d’écart type 16.

On appelle Z la variable correspondant au chiffre d’affaire total.

* 1. Justifier que la loi suivie par Z est la loi normale de moyenne 300 et d’écart type 20.
  2. Calculer la probabilité que le chiffre d’affaire total de la pharmacie soit compris entre 275 milliers d’euros et 315 milliers euros.

**EXERCICE 2 :** 9 points

1. **Résolution d’une équation différentielle**

On considère l’équation différentielle , où *y* est une fonction de la variable réelle *x*, définie et dérivable sur [0; 5] , et y ’ la fonction dérivée de la fonction *y*.

1. Déterminer les solutions sur [0; 5] de l’équation différentielle .
2. Soit la fonction définie sur [0; 5] par , où *a* est une constante réelle. Déterminer *a* pour que la fonction soit solution particulière de l’équation différentielle (*E*).
3. En déduire l’ensemble des solutions de l’équation différentielle (*E*).
4. Déterminer la solution de l’équation différentielle (*E*) qui vérifie la condition (0) = 0.
5. **Etude d’une fonction**

Soit la fonction définie sur [0; 5] par . Soit C la courbe représentative de C dans un repère d’unité graphique 2 cm

1. On désigne par ’ la fonction dérivée de la fonctionsur [0; 5]. Déterminer.
2. Etudier le signe desur [0; 5]. En déduire les variations de  sur cet intervalle et dresser son tableau de variations. On précisera les valeurs remarquables de  et
3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe représentative de en 0.
4. **Calcul intégral**
5. Calculer la valeur exacte de l’intégrale  puis en donner une valeur approchée au centième.
6. En déduire la valeur moyenne de la fonction sur [0; 5].